

# 山东大学2016级新生ACM程序设计竞赛 热身赛

命题的恐怖分子



Solutions

November 19th, 2016

## 1 Problem A: 卡片交易

### Abstract Description

给定一个序列 $a_1..a_N$ ，求存在多少 $i \in (1, N)$ 满足 $a_i < a_{i+1}, a_i < a_{i-1}$ 或 $a_i > a_{i+1}, a_i > a_{i-1}$ 。

### Solution

对每个 $i \in (1, N)$ 均检查一次它与两侧元素的大小关系即可。时间复杂度 $O(N)$ 。

## 2 Problem B: 小灰灰和Bug们

### Abstract Description

$N$ 个质点，每个质点的速率均为 $1\text{cm/s}$ ，方向为向左或向右。给出每个质点的方向和初始位置，求第一次发生质点碰撞的时间。

### Solution

由于题中质点是按照初始位置升序给出的，且质点速度均一致，所以最早发生碰撞的质点初始时一定相邻且方向相反。于是我们只需要检查每一对相邻的质点是否为左边的向右移动、右边的向左移动。如果不存在这样的质点对，则直接输出-1。否则对于每一对符合要求的质点对，用它们的距离除以2来更新答案（即，若它们的距离除以2小于当前答案，则令当前答案等于此结果）。显然初始时答案应设为无穷大。时间复杂度 $O(N)$ 。

### 3 Problem C: 小灰灰的领地

#### Abstract Description

在笛卡尔坐标系中有一覆盖第一、二象限的半圆，其初始半径为0，而后每单位时间其面积增加50平方单位。给定一些点，问这些点分别何时会被半圆覆盖。

#### Solution

此题既可按时间单位模拟，也可直接解不等式得到答案。注意如果给定的点位于第三或第四象限，则应直接输出inf。

## 4 Problem D: $3n+1$ conjecture

### Abstract Description

定义

$$f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{if } n \equiv 0 \pmod{2} \\ 3n + 1 & \text{if } n \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

求 $\text{while}(a \neq 1) a = f(a)$ ;的迭代次数。

### Solution

直接模拟即可。

注意到题目中给定的初始数字在 $[1, 10^8]$ 内，在计算过程中 $a$ 可能会超出 $\text{int}$ 所能表示的范围（ $\text{int}$ 可表示的范围为 $[-2^{31}, 2^{31})$ ），所以此题需要使用 $\text{long}$ (Java)或者 $\text{long long}$ (C/C++)。

该问题的解并没有公式，而且Collatz猜想到现在也没有得到证明。

在给定的数据范围内，迭代次数应不超过700。所以不会超时。

## 5 Problem E: $2 + 3 = 5$

### Abstract Description

求 $1 \sim N$ 之间有多少质因数只由2、3、5组成的整数。

### Solution

注意到 $N$ 很小( $N \leq 2000$ )，所以可以分别枚举质因子2、3、5的个数 $i, j, k (i, j, k \geq 0)$ 。若 $2^i + 3^j + 5^k \leq N$ 则答案加一，否则直接跳出本层循环。也可一次性用上述方法求出2000内符合要求的所有整数，对其排一遍序，并在其中二分查找第一个比所求的 $N$ 大的数。找到的数的下标减一即为结果。

## 6 Problem F: An easy problem

### Abstract Description

求用 $N$ 个矩形拼成高度为 $N$ 的楼梯形的方案总数。

### Solution

[https://en.wikipedia.org/wiki/Catalan\\_number#Applications\\_in\\_combinatorics](https://en.wikipedia.org/wiki/Catalan_number#Applications_in_combinatorics)

该问题的答案即为第 $N$ 个卡特兰数。

由于 $N = 500$ 时的卡特兰数会有上百位，所以需要使用BitInteger(Java)或手写高精度(C/C++)。

## 7 Problem G: 验证数独

### Abstract Description

验证 $9 \times 9$ 数独的合法性。

### Solution

对于每行、每列、每宫，将其中的数字分别加入一个集合中，每个集合中的元素数量应为9（因为重复元素在集合中不会被加入两次）。

集合既可以使用Java/C++中的现成类，也可以自己实现。因为对速度要求不高，所以用朴素方法实现即可。



## 8 Problem H: 小灰灰的床

Time Limit: 1000ms

### Description

给定一个序列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 以及 $1 \dots n$ 的一个排列 $b_1, b_2, \dots, b_n$ 。第 $i$ 次操作时把序列 $a$ 中的第 $b_i$ 个元素取走并留下一个空位。每次操作完后求剩余的序列 $a$ 中不含空位的连续区段和的最大值。

### Solution

初看这题,倘若按照给定的破坏顺序正向维护 $m$ 段和的有序情况的话,不易实现

所以不妨从结束状态反推答案,那么问题就变成了初始有0个数字,每次操作在给定位置添加一个数字,然后要求维护连续数字和的最大值

具体处理方法是每添加一个数字,若两侧存在连续的数字,就将他们合并为连续的一堆,然后统计并比较这串数字和并更新答案即可

而至于维护连续的一串数字,只需另设 $left$ 与 $right$ 数组记录每个位置数字所在的连续的数字串最左侧和最右侧的位置

在合并多个串时也只需更新合并后的串两端的 $left$ 与 $right$ 信息

算法整体复杂度为 $O(n)$

## 9 Problem I: 恐怖袭击

### Abstract Description

求  $y - \gcd([x, z])$  是否大于 0。

### Solution

由于  $\gcd(a, a + 1) = 1$ ，故若  $z > x$ ，则  $\gcd([x, z]) = 1$ ，否则为  $x$ 。然后将此结果与  $y$  比较即可。

## 10 Problem J: LCD

### Abstract Description

模拟数字显示屏。

### Solution

此题主要考察的是耐心。。。

提示：你可以将每个字的显示方式以常数的方式存放在数组中，而不要依次赋值。

## 11 Problem K: 老司机带带我

### Abstract Description

写一个模拟分配座位的程序。

### Solution

直接模拟即可。

## 12 Problem L: dalao

Time Limit: 1000ms

### Abstract Description

$N$ 人要走到 $Lm$ 远的地方，人步行速度为 $V_1m/s$ ，有一辆能载 $K$ 人的车，速度为 $V_2m/s$ ，每人只能坐一次车。问将所有人送到至少需要多少秒。

### Solution

推公式！

$$G = \lceil \frac{N}{K} \rceil$$

$$c = \frac{G}{V_2 - V_1} + \frac{G-1}{V_2 + V_1}$$

$$answer = \frac{L}{V_1 + \frac{1}{c}}$$